SEMINARSKA NALOGA IZ FIZIKE

S T A T I K A

UVOD :

Statika je le del t.im. Newtonove fizike, ki je pa zaradi razširjenosti in splošne uporabe v nekaterih tehničnih strokah obravnavana ločeno. Tudi sama statika ima več vej uporabe, zato se v seminarski nalogi omejujem na del, ki mu v praksi pravimo tehnična mehanika, pa še tu le na dvodimenzionalne sisteme iz osnov iz gradbene mehanike.
Zaradi enostavnosti in preglednosti, je tokom celotnega referata uporabljen pojem statika.

Statika je veda, ki proučuje mehaniko togih teles, ko se ta nahajajo v ravnotežju. Za togo telo pravimo, da je v ravnotežju, ko je rezultanta vseh zunanjih sil, ki na telo delujejo, enaka nič, torej opazovano telo miruje.

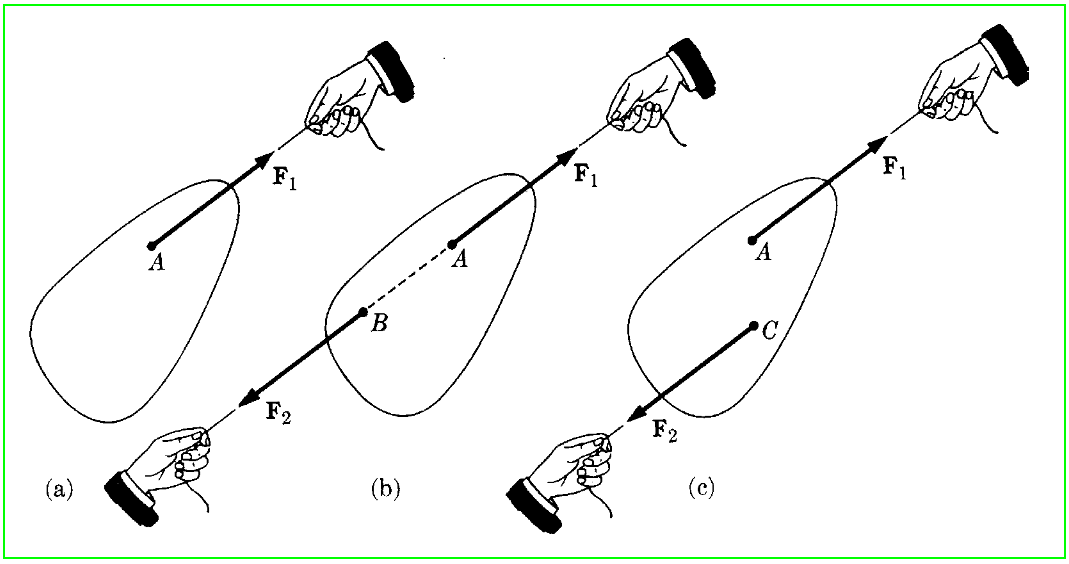
Za že poznan pojem togega telesa, pri obravnavi statičnih problemov vpeljemo pojem absolutno togega telesa, čeprav taka dejansko sploh ne obstajajo, kajti vsako telo se pod vplivom zunanjih sil vsaj malo deformira.
Za prevod takih idealiziranih izračunov na dejanske razmere obstajajo korekturni moduli, ki ublažijo idealizacijo glede na tip deformacije in rezultat približajo realnemu stanju.

RAZVOJ SKOZI ZGODOVINO :

Gotovo so osnovne zakonitosti statike poznala že zelo stara ljudstva, saj njihovi gradbeniški dosežki tudi v današnjem svetu vzbujajo občudovanje.
Seveda imam v mislih stare Egipčane, pa Inke, Maye, ter druga stara ljudstva, katerih stvaritve v današnjem času imenujemo »Svetovna kulturna dediščina«.
Če pri teh ljudstvih lahko le sklepamo o njihovem znanju, pa prvi znani zapisi statičnih rešitev segajo v čas starih Grkov. Omenjajo se dela poznanih mislecev: Arhut iz Tarenta
Aristotel: v delu »Problemi mehanike«
Arhimed: v delu »Ravnotežje«

Po kratkem zatišju v srednjem veku je statika, kot del znanosti o gibanju teles napredovala proti koncu 17. stoletja, ter po Hygensu in Galileu doseže vrhunec z Newtonom, ter znanimi Newtonovimi zakoni. V 18. stol. Euler in Lagrange upeljeta analitično pot reševanja statičnih problemov, toda zaradi vse večjih zahtev postane tak pristop prezapleten in v 19. stol. se poleg analitične metode začne uporabljati grafična, ter na geometrijski podlagi direktna uporaba vektorskega računa. Znani fiziki te dobe so : Hamilton, Maxwel, Gibbs, Lorentz in drugi. Tak analitično – grafični pristop je v veljavi še danes, seveda pa večino računskega dela opravijo zmogljivi računalniki, z različnimi programi za statične izračune.

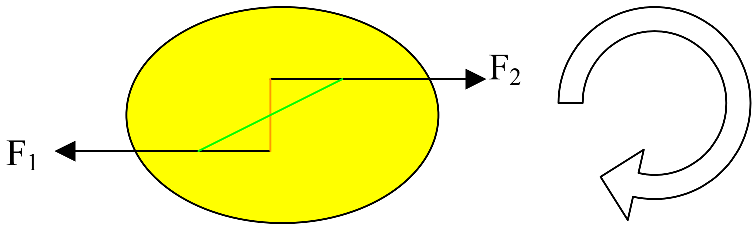
KDAJ GOVORIMO O STATIKI :

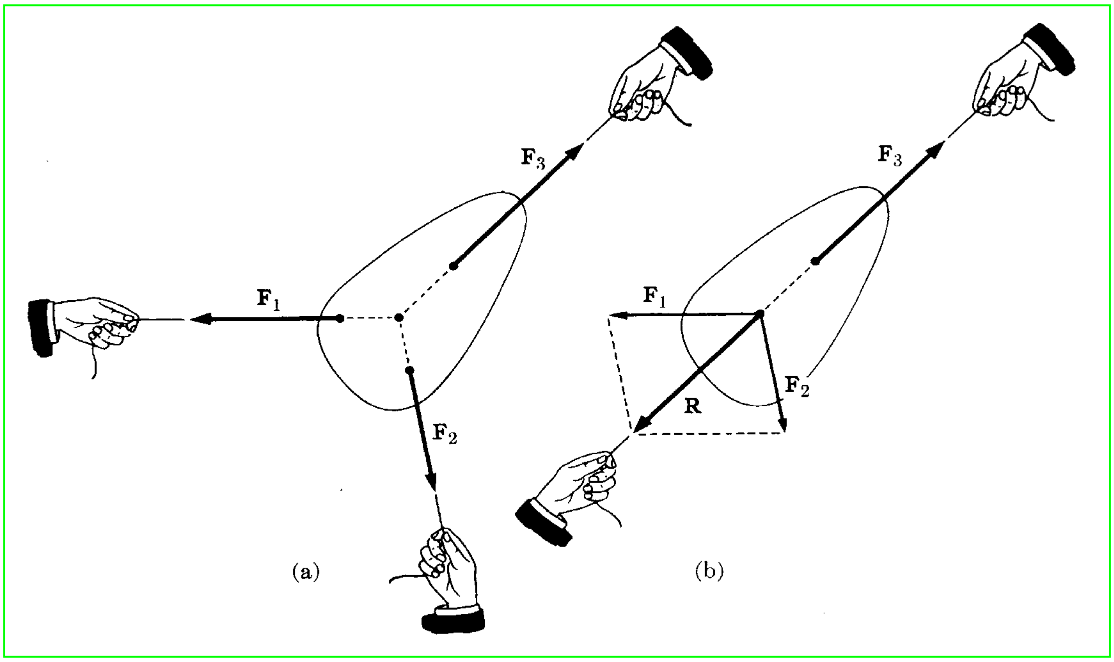


1. Če na togo telo deluje sila, potem se telo pospešeno giblje – TRANSLACIJA (primer a)
2. Če na togo telo delujeta dve sili $\vec{F_1}$ in $\vec{F_2}$, ki sta enakih velikosti in imata prijemališče na isti smernici, delujeta pa v nasprotni smeri, potem govorimo, da je telo v ravnotežju – STATIKA (primer b)
3. Če na togo telo delujeta dve sili $\vec{F_1}$ in $\vec{F_2}$, ki sta enakih velikosti, imata nasprotno usmerjenost, nista pa na isti smernici, se telo zasuka – ROTACIJA (primer c)
   Rotacijo povzroči navor, ki je po definiciji enak vektorskemu produktu sile in ročice glede na os vrtenja. To je navor dvojice sil.

$$\vec{M_1} + \vec{M_2} = \vec{r_1} \times \vec{F_1} - \vec{r_2} \times \vec{F_2}$$
$$M_1 + M_2 = d_1 \cdot F_1 - d_2 \cdot F_2$$
$$F_1 = -F_2 \Rightarrow$$

$$\sum M = F \cdot (d_1 + d_2)$$
$$M = F \cdot d$$





1. Tri sile prijemljejo v isti točki in rezultanta delujočih sil je enaka nič – RAVNOVESJE (primer a)
2. Rezultanta dveh sil je nasprotno enaka tretji sili in prijemališče obeh je na isti smernici – RAVNOVESJE (primer b)

RAVNOVESJE – RAVNOTEŽJE SIL

Kot je razvidno iz posameznih primerov, so sile, ki delujejo na togo telo v ravnovesju le, če je rezultanta sil enaka nič in če je rezultanta navorov enaka nič.

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\sum \vec{M} = 0$$

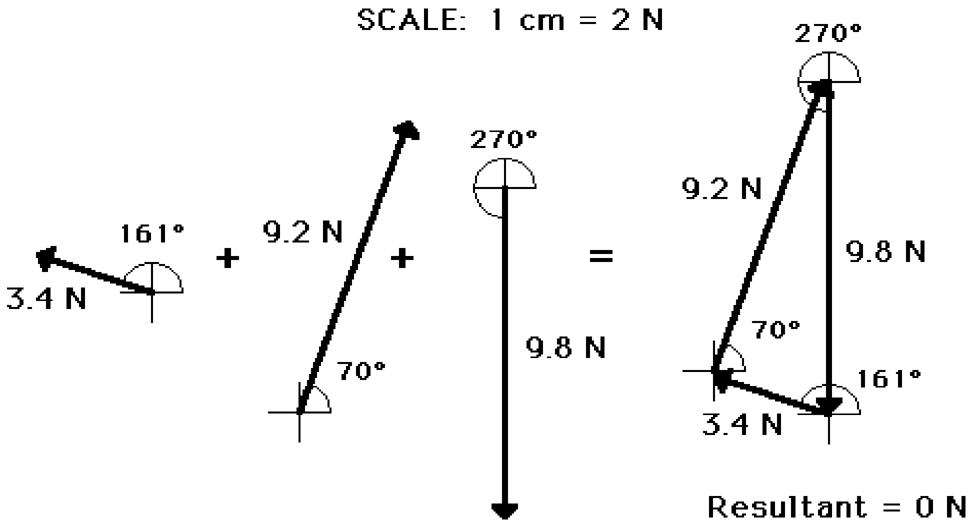
Pri vplivu več različnih sil, tako po velikosti, kot po smeri, je smiselno vprašanje o odvisnosti navora rezultante in navora posameznih sodelujočih sil glede na skupno momentno točko. Odgovor na to je dal že l. 1687 francoski matematik Varignon, po katerem se teorem tudi imenuje in pravi: Navor rezultante $\vec{R}$ dveh sil $\vec{F_1}$ in $\vec{F_2}$ glede na izhodiščno točko je enak vsoti posameznih navorov.

RAVNOTEŽJE SIL – ANALITIČNO

$\overrightarrow{R_x} = 0$ $\quad\quad$ $\overrightarrow{R_y} = 0$ $\quad\quad$ $\overrightarrow{M} = 0$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} (X_i F_{iy} - Y_i F_{ix}) = 0$$

RAVNOTEŽJE SIL – GRAFIČNO



DELUJOČE SILE V PODPORAH

Ker je vsako togo telo nekam položeno ali pritrjeno, delujejo nanj poleg sil, ki jih povzročajo obremenitve tudi reakcijske sile, ki jih imenujemo pasivne sile ali reakcije v podporah.
Velikost teh reakcij v podporah izračunamo s statičnimi ravnotežnimi enačbami. Izbrani sistemi so lahko statično nedoločeni, določeni ali tudi predoločeni, zaradi poenostavitev do meja splošne razumljivosti pa obravnavam le statično določene sisteme. To so sistemi, kateri imajo samo toliko neznank, kolikor je razpoložljivih ravnotežnih enačb.
Glede na uporabo so lahko podpore naležne (lestev), pomično členkaste (most), nepremično členkaste (paličje), ali vpete (konzola).

NOTRANJE SILE

To so sile, ki nastanejo v posameznih delih konstrukcije in so posledica delovanja zunanjih sil (obremenitev in pasivnih sil), ter lastne teže elementa. Izračun velikosti notranjih sil je zelo važen za točno dimenzioniranje nosilnih delov konstrukcij.
V vsaki točki, kakršnekoli konstrukcije, nastale notranje sile določimo tako, da v vsakem ravnem delu med dvema podporama nosilec »prerežemo«, ter določamo reakcijske sile na težišče prereza. Razdelimo jih na:

1. normalna sila v smeri osi nosilca $\vec{N}$, ki je enaka vsoti vseh horizontalnih komponent sil, ki delujejo na opazovani rezan del
2. prečna sila pravokotno na os nosilca $\vec{T}$, ki je enaka vsoti vseh vertikalnih komponent sil, ki delujejo na opazovani del
3. upogibni moment $\vec{M}$, ki je enak vsoti navorov vseh sil, ki delujejo na opazovani del glede na težišče prereza

Notranje sile se spreminjajo glede na vrsto obtežbe in tip podpor, pa so zaradi preobširnosti pri nalogah navedene le tiste dejansko uporabljene.

DOLOČANJE TEŽIŠČA

Težiče je točka, v kateri se navidezno nahaja vsa masa telesa. Če celotno maso telesa nadomestimo z eno rezultirajočo silo, potem bo smernica te sile, pri poljubni rotaciji telesa, vedno prehajala samo skozi eno točko, ki ji pravimo težišče telesa. Glede na to, da se omejujem le na dve dimenziji, lahko koordinate težišča omejimo na koordinate ploskve.

$$\underline{X_t = \left(\sum F_{gi} \cdot \frac{x_i}{F_g} \right)} \qquad \underline{Y_t = \left(\sum F_{gi} \cdot \frac{y_i}{F_g} \right)}$$

TRENJE

Pri računanju lahko vpliv trenja zanemarimo, saj so podpore ali členkaste, ali vpete. Pri enostavnih naležnih podporah, pa je trenje potrebno upoštevati, včasih pa je sila lepenja celo bistvena, da je neko telo sploh lahko v ravnovesju. Sila lepenja se spreminja glede na uporabljene materiale in je podana s koeficientom lepenja.

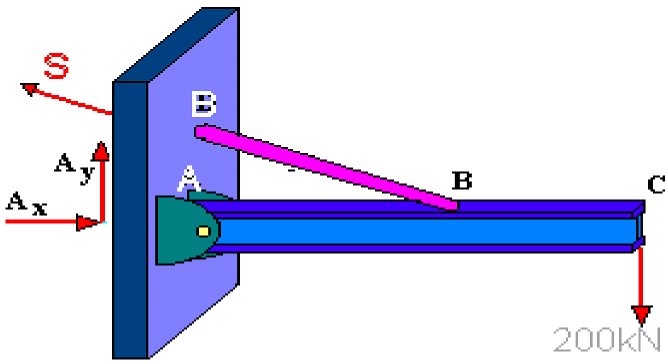
$\vec{F_{lp}} = \mu_{lp} \cdot \vec{F_n}$ $\qquad$ μ_{lp} = koeficient lepenja

$\vec{F_n}$ = sila pravokotna na podlago

RAČUNSKI PRIMERI

1.VAJA :

Toga odskočna deska je pritrjena, kot kaže slika. Podpora »A« je nepomično členkasto vpeta, podpora »B« po je le sidro za jekleno vrv, ki je vpeta na 1/3 odolžine odskočne deske. Izračunaj delujoče sile v podporah, ter delujoče notranje sile v odsekih odskočne deske in jeklene vrvi.



REAKCIJE V PODPORAH :

1. REAKCIJE V PODPORI »A«

To je členkasta nepomična podpora, torej ji lahko nastavimo tri ravnotežne pogoje, iz katerih potem izračunamo dejanske količine.

V horizontalni smeri nastavimo pogoj : $\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad A_x - S \cdot \cos\varphi = 0$
V vertikalni smeri nastavimo pogoj :
$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad A_y + S \cdot \sin\varphi - m \cdot g - q \cdot l = 0$
Nastavimo pogoj za navore :
$\sum \overrightarrow{M} = 0 \quad \Rightarrow \quad S \cdot \sin\varphi \cdot s - m \cdot g \cdot l - q \cdot l \cdot {l}/{2} = 0$

2. IZRAČUN DEJANSKIH OBREMENITEV V PODPORI »A«

$tg\varphi = {3}/{4} = 0.75$
$\sin\varphi = 0.6$
$\cos\varphi = 0.8$

$A_x - S \cdot \cos\varphi = 0$

$A_x = \vec{S} \cdot \cos\varphi$
$A_x = 12.5kN \cdot 0.8 = 10kN$

$A_y + S \cdot \sin\varphi - m \cdot g - q \cdot l = 0$

$A_y = m \cdot g + q \cdot l - S\sin\varphi$
$A_y = 200kg \cdot 10\,m/s^2 + 100kg \cdot 10\,m/s^2 \cdot 6m - 12.5kN \cdot 0.6$
$A_y = 2kN + 6kN - 7.5kN = 0.5kN$

3. DEJANSKE SILE V PODPORI »B«

Jeklena vrv ne more prenašati tlačnih sil in momentov, zato je podpora B obremenjena le s silo vrvi, ki jo v komponentah napišemo :

$S_x = \vec{S} \cdot \sin\varphi$ $\qquad$ S_x=10.0 kN
$S_y = \vec{S} \cdot \cos\varphi$ $\qquad$ S_y=7.50 kN

NOTRANJE SILE PO PREREZI

4. NOTRANJE SILE -1.polje

$$\sum F_{xn} = 0$$
$$N + A_x = 0 \Rightarrow N = -A_x = -10kN$$
$$\sum F_{yn} = 0$$
$$-T - q \cdot x + A_y = 0 \Rightarrow T = A_y - q \cdot x$$

$$\sum M = 0$$
$$M + q \cdot x \cdot x/2 - A_y \cdot x = 0$$
$$M = A_y \cdot x - q \cdot x^2/2$$

Pomik x (m)	Tlačne sile (kN)	Vrednost navora (kNm)
0.0	0.5	0.0
0.5	0.0	0.125 M_{max}
1.0	-0.5	0.0
2.0	-1.5	-1.0
3.0	-2.5	-3.0
4.0	-3.5	-6.0 $-M_{max}$

5. NOTRANJE SILE – 2.polje

$$\sum F_{xn} = 0$$
$$N = 0$$
$$\sum F_{yn} = 0$$
$$T - q \cdot z - P = 0 \Rightarrow T = P + q \cdot z$$

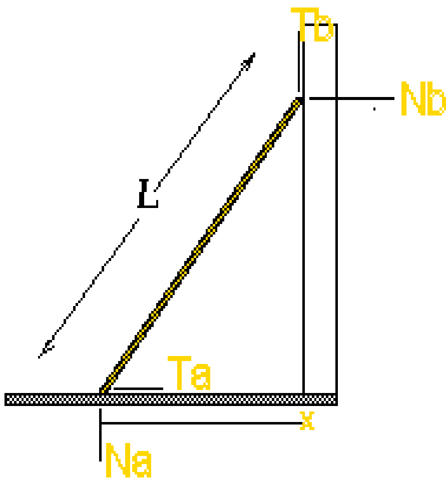
$$\sum M = 0$$
$$-M - q \cdot z \cdot z/2 - P \cdot z = 0$$
$$M = -P \cdot z - q \cdot z^2/2$$

Pomik z (m)	Tlačne sile (kN)	Vrednost navora (kNm)
0.0	2.0	0.0
1.0	3.0	-2.5
2.0	4.0	-6.0

2. VAJA

Kako visoko se sme povzpeti gasilec, če je edina primerna oslonska točka za lestev na delu betonskega zidu, ki je 4 m oddaljen od goreče stavbe. Gasilčeva teža je 80 kg, tovori pa še prenosno pršilko mase 20 kg.
Dolžina lestve : 8 m
Masa lestve : 30 kg
Koeficient lepenja ; lestev - beton in lestev – zid je enaka in znaša

.



1. POSTAVIMO RAVNOTEŽNE POGOJE

$$\sum F_X = 0$$
$$T_A - T_B = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$T_B + N_A - m_{gas} \cdot g - m_{le} \cdot g - m_{šp} \cdot g = 0$$
$$\sum M = 0$$
$$-m_{gas} \cdot g \cdot x - m_{šp} \cdot g \cdot x - m_{le} \cdot l/2 \cdot \sin\omega + T_B \cdot l \cdot \sin\omega + N_B \cdot l \cdot \cos\omega = 0$$

2. SILE LEPENJA

$$T_A = \mu_{lp} \cdot N_A$$
$$T_B = \mu_{lp} \cdot N_B$$

3. UREJANJE ENAČB

$$iz\sum F_X = 0$$

$$T_A - N_B = 0 \Rightarrow \mu_{lp} \cdot N_A - N_B = 0$$

$$iz\sum F_y = 0$$

$$N_B \cdot \mu_{lp} + N_A - m_{gas} \cdot g - m_{le} \cdot g - m_{šp} \cdot g = 0$$

$$iz\sum M = 0$$

$$-m_{gas} \cdot g \cdot x - m_{šp} \cdot g \cdot x - m_{le} \cdot {}^{l}\!/_{2} \cdot \sin\omega + \mu_{lp} \cdot N_B \cdot l \cdot \sin\omega + N_B \cdot l \cdot \cos\omega = 0$$

$$N_B = \mu_{lp} \cdot N_A$$

$$N_A = g \cdot \left(m_{gas} + m_{le} + m_{šp}\right) \Big/ \cos\omega$$

$$N_A = 10 m/s^2 \cdot \left(80kg + 30kg + 20kg\right) \Big/ \cos 30^\circ = 1501N$$

$$N_B = 600N$$

$$T_A = 600N$$

$$T_B = 240N$$

Razdaljo x dobimo iz enačbe za pogoje navorov :

$$x = {-m_{le} \cdot g \cdot {}^{l}\!/_{2} \cdot \sin\omega + \mu_{lp} \cdot N_B \cdot l \cdot \sin\omega + N_B \cdot l \cdot \cos\omega} \Big/ {m_{gas} \cdot g + m_{šp} \cdot g}$$

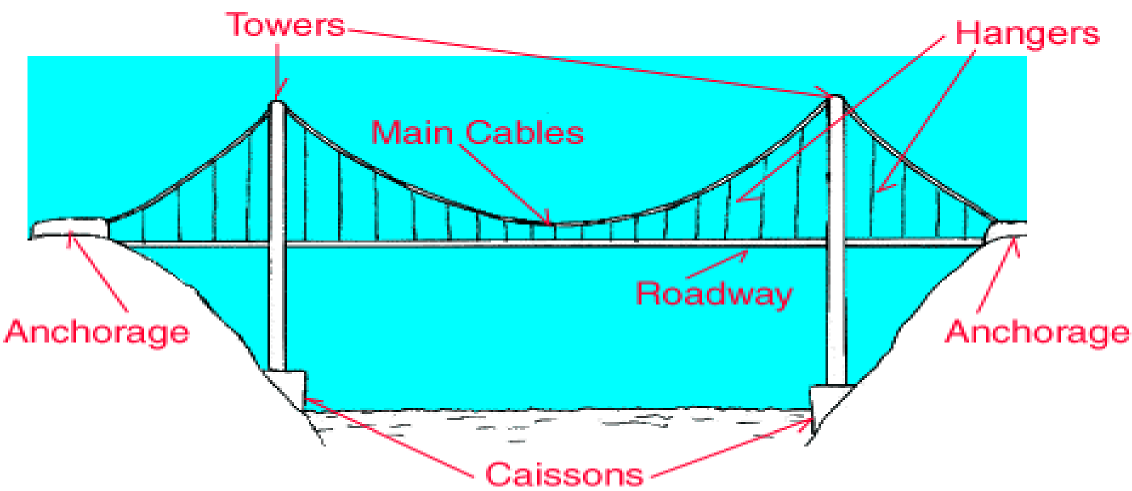
$X_{dopustni}$ = 4517 Nm / 1000 N = 4.52 m

X_{max} = 4.0 m

Dejanski x je večji od maksimalnega, kar pomeni, da se lahko gasilec s polno škropiljko povzpne prav do vrha lestve.

3. VAJA

Razpetina visečega mostu je 80 m. Most je po celotni dolžini obremenjen z lastno obremenitvijo q_{lastna}=2 kN/m in z uporabno obremenitvijo, $q_{koristna}$, ki je tudi 2 kN/m. Kolikšne sile delujejo v vrvi, in kakšne na podporah?



1. NASTAVITEV ENAČB

Skupna obremenitev glede na horizontalno projekcijo je :

$$q = q_l + q_k = 4kN/m$$

Ravnotežni pogoji :

$$\sum F_x = 0$$
$$H_v - H = 0 \Rightarrow H_v = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$V = {q \cdot l}/{2}$$
$${q \cdot l}/{2} - V_v - q \cdot x = 0 \Rightarrow V_v = {q \cdot l}/{2} - q \cdot x$$
$$\sum M = 0$$
$$-{q \cdot l}/{2} \cdot x + H \cdot y + q \cdot x \cdot {x}/{2} = 0$$

Reakcije v podporah :

Ker sta stebra na enakih višinah je reakcija obeh podpor enaka.

$$V_{\max} = q \cdot {l}/{2}$$
$$H_{\max} = {q \cdot l^2}/{8 \cdot f}$$

f = maksimalni poves, dobimo ga pa z urejanjem enačbe za navore

$f = {q \cdot l^2}/{8 \cdot H}$, ki hkrati predstavlja enačbo parabole.

Sila v vrvi se spreminja, v poljubni točki pa je : $S = \sqrt{H^2 + V^2}$

$$x = 0 \Rightarrow S_{\min} = H = {q \cdot l^2}/{8 \cdot f}$$

Če enačbo obdelamo dobimo :

$$x = {l}/{2} \Rightarrow S_{\max} = \sqrt{\left(\frac{q \cdot l^2}{8 \cdot f}\right)^2 + \left(\frac{q \cdot l}{2}\right)^2}$$

S_{min} se pojavi v temenu parabole
S_{max} se pojavi nad podporami

Dolžino parabole izračunamo iz formule : $L_p = l + \left(\dfrac{8 \cdot f^2}{3 \cdot l} \right)$

Sile v vrvi :

$$H = {q \cdot l^2}/{8 \cdot f} = \frac{4 \cdot 10^3 N/m \cdot 80^2 m^2}{8 \cdot 8m} = 400 \cdot 10^3 N = 400kN$$

$$V = {q \cdot l}/{2} = \frac{4 \cdot 10^3 N/m \cdot 80m}{2} = 160kN$$

$$S_{\max} = \sqrt{H^2 + V^2} = \sqrt{(400kN)^2 + (160kN)^2} = 430.8kN$$

Dolžina vrvi :

$$L_p = l + \left(\frac{8 \cdot f^2}{3 \cdot l} \right) = 80m + \left(\frac{8 \cdot 8^2 m^2}{3 \cdot 80m} \right) = 80m + 2.14m = 82.14m$$

Reakcije na stebrih :

$$H = H_v = 400kN$$
$$V = V_v = 160kN$$

Uporabljeno gradivo za seminar :

- STATIKA , Franc Cvetaš
- MEHANIKA U PRIMERIMA , Dobrosav Golubović
- GRADBENIŠKI PRIROČNIK , Jože Bertoncelj
- SREDNJEŠOLSKI ZAPISKI , avtor
- http: // www – rcp. ijs. Si

v Renčah : 13. 01. 2003 avtor : Robert Mozetič
oddano : 13. 02. 2003