SEMINARSKA NALOGA IZ FIZIKE

DELO NAVORA, ROTACIJSKA KINETIČNA ENERGIJA

Neja Kogoj

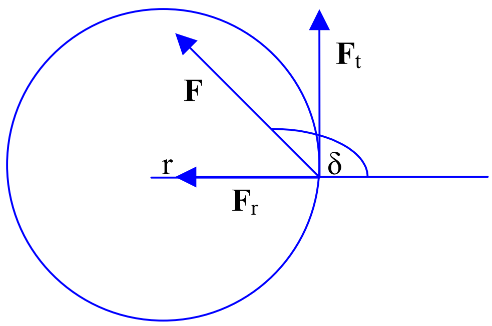
NAVOR

Navor; M…(Nm)
Navor pove, s kolikšnim kotnim pospeškom zavrti neka sila telo okrog osi vrtenja.

M = r × **F** (navor)

Velikost navora je:
$M = rF_t = rF\sin\delta$

če je   med ročico in silo. Produkt tangentne komponentne sile, to je projekcijske sile na pravokotnico na ročico, in ročice rFt je enak produktu sile in projekcije ročice na pravokotnico na silo r´F.



Vektor kotnega pospeška α leži na osi. Sorazmernostni koeficient   mr z enoto kgm²
vpeljemo kot vstrajnostni moment

$J = mr^2$

Newtonov zakon smo preoblikovali v enačbo
$M = J\alpha$

ki je pripravna za opis kroženja točkastega telesa. Sili iz zakona ustreza v enačbi navor, masi vstrajnostni moment in pospešku kotni pospešek.
Pri kroženju točkastega telesa sta navor in kotni pospešek pravokotna na ravnino gibanja in ni treba upoštevati njunega vektorskega značaja.

Delo navora

Navor, ki deluje na vrteče se telo, opravlja DELO na telesu.

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi$$

Opomba; Krepko označene črke predstavljajo vektorje!

ROTACIJSKA KINETIČNA ENERGIJA

Količino, ki ustreza stanju sistema in se spreminja, kadar sistem sprejema ali opravlja delo, imenujemo ENERGIJA. Povezavo med spremembo energije sistema in sprejetim ali opravljenim delom nam daje pomembni izrek mehanike- IZREK O KINETIČNI ENERGIJI. Ta pravi, da je delo, ki ga sistem sprejme, enako spremembi njegove energije:

$A = \Delta E = E_2 - E_1$

kjer je E_2 energija sistema, potem ko je bilo na sistemu opravljeno delo A, E_1 pa njegova energija pred tem. Pri tem razumemo v mehaniki pod energijo vsoto kinetične in potencialne energije.
Če upoštevamo težnostno in prožnostno potencialno energijo, dobi izrek o kinetični energiji obliko;

$A = \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{pr}$

A je tu delo vseh zunanjih sil, ki delujejo na telo, razen sil teže in prožnostnih sil.
Delo obeh sil je upoštevano že v spremembi potencialne energije. Izrek o kinetični energiji za zaključen sistem pove, da se pretvarja energija iz ene oblike v drugo tako, da je vsota sprememb posameznih oblik energije enaka nič.

Kinetična energija telesa za translacijsko gibanje je enaka:

$W_k = mv^2 /2$

kjer je v hitrost telesa in m njegova masa.

Kinetična energija vrtečega se telesa je enaka:

$W_k = J\omega^2 /2$

kjer je ω kotna hitrost, J pa vztrajnostni moment telesa.

Potencialna energija v zemeljskem privlačnem polju je enaka:

$W_p = - k\frac{Mm}{R}$

kjer je k gravitacijska konstanta, M masa Zemlje, m masa telesa, R razdalja med zemeljskim središčem in težiščem telesa.

$W_p = mgh$ (na telesa v bližini zemeljske površine, kjer je g konst.)

Kinetično energijo togega telesa, ki se vrti s kotno hitrostjo w okrog stakne osi, izpeljemo takole: Telo v mislih razdelimo na diferencialne masne elemente dm. Ti krožijo okrog izbrane vrtilne osi z enako kotno hitrostjo ω. Element dm z oddaljenosti r od osi kroži z obodno hitrostjo $v = v2/2*dm = dm*r2\omega^2/2$. Kinetična energija W_k celotnega rotirajočega telesa je vsota (integral) knetičnih energij posameznih diferencialnih masnih elementov:

$W_k = \int dt\ W_k = \int dm*r^2\omega^2/2 = (\omega^2/2) \int r^2dm$

$W_k = J\omega^2/2$ (kinetična energija rotirajočega telesa)

kjer je J vztrajnostni moment telesa glede na izbrano vrtilno os. Zgornji uzraz velja ne glede na lego vrtilne osi; lahko je os tudi izven telesa (odvisnost od lege vrtilne osi je zajeta v vztrajnostnem momentu J telesa)
Kinetično energijo togega telesa, ki se vrti s kotno hitrostjo w okrog poljubne osi lahko predstavimo kot vsoto kinetičnih energij zaradi vrtenja telesa okrog posameznih glavnih osi:

$W_k = J_1\omega^2{}_1/2+J_2\omega^2/2+J_3\omega^2{}_3/2$

kjer so J_1, J_2, J_3 glavni vztrajnostni momenti togega telesa, w_1, w_2, w_3 pa kotne hitrosti vrtenja telesa okrog ustreznih glavnih osi.

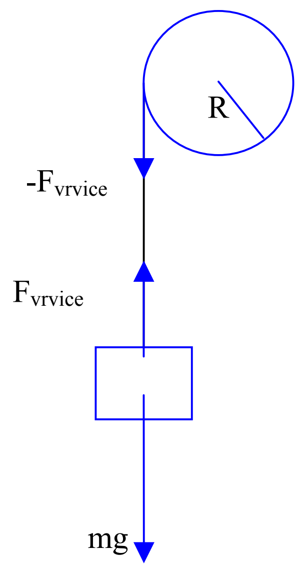
Telo se vrti tem bolj pospešeno (s tem večjim kotnim pospeškom), čim večja je rezultanta navorov vseh zunanjih sil, ki učinkujejo na telo, ter čim manjši je vztrajnostni moment tele

NALOGE

1) Na valju je navita vrvica z utežjo, ki ima maso 1kg. Masa valja je 2kg, radij pa 30 cm. Vrvica je navita na valju, utež in valj na začetku mirujeta.
a) S kolikšnim pospeškom pada utež?
b) Kolikšna je kotna hitrost po petih sekundah?
c) Kolikšno pot je opravila utež po petih sekundah?

r (valja) = 30cm
m (uteži) = 1kg

m (valja) = 2kg



Utež: $\mathbf{F}g+\mathbf{F}_{vrvice} = ma$
$-mg+F_v=ma$

Valj: $\mathbf{R}(-\mathbf{F}_v) = J\alpha$

$-F_vR = J\alpha = J\dfrac{a}{R}$

$Fv = -\dfrac{J}{R^2}a$

$$-mg - \frac{J}{R^2}a = ma$$

$$a(m + \frac{J}{R^2}) = -mg$$

$$a = \frac{-mg}{(m + J/R^2)}$$

$$-F_v \times R = J\frac{a}{R} \rightarrow F_v = -J\frac{a}{R^2}$$

$$a = -\left(\frac{m}{m + 1/2M}\right)g$$

a) a = -7,8 m/s² Vidimo, da se utež giblje enakomerno pospešeno (pada proti zemlji).

Za računanje hitrosti in poti lahko uporabljamo znane formule za enakomerno pospešeno gibanje.

b) v = at + v(0)

v (5s) = a×5s = 39 m/s

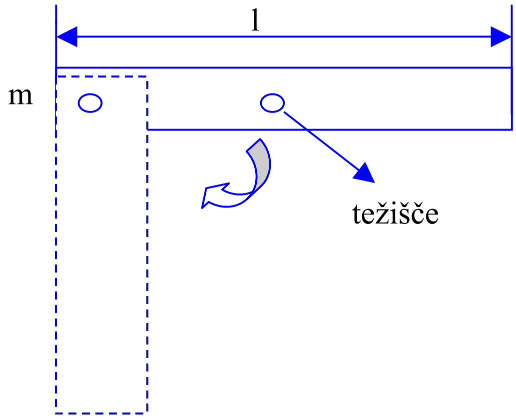
$$\omega = \frac{v}{R}, \Leftarrow v = \omega R$$

$$\omega(5s) = \frac{v(5s)}{R} = \frac{39 m/s}{0{,}3 m} = \underline{130\ s^{-1}}$$

c) $s = a\frac{t^2}{2} + v(0)t + s(0)$ v(0) = 0 , s(0) = 0

$$s(5s) = a\frac{(5s)^2}{2} = \underline{97{,}5\ m}$$

2) Palico z maso 1kg spustimo iz vodoravne v navpično lego. Dolžina palice je 1m. Kolikšna je kotna hitrost palice, ko gre skozi mavpično lego?



$m = 1kg$
$l = 1m$

$J = \frac{1}{3} ml^2$

$\sum W = konst.$

$W_{rot.} + W_{pot.} = konst.$

$0 \quad = W_{potenc.} + W_{rot.kin..} = - mg\frac{l}{2} + \frac{1}{2} J\omega^2$

Na začetku je potencialna energija enaka 0, ker palica miruje in je v izhodišču.

$\omega^2 = \frac{mgl}{J}$

$\omega^2 = \frac{mgl}{1/3ml^2} = \frac{3g}{l}$

$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}} = \sqrt{\frac{3 \times 10m}{1m \times s^2}} = \sqrt{\frac{30}{s^2}}$

$\omega = \sqrt{30s^2} = \underline{5{,}5 \text{ s}}$

3) Kamnit valj z maso 100kg in R=0,5m se vrti s frekvenco 50 vrtljajev na minuto. Lesena zavora lahko zaustavi valhj v 6s, če pritisne pravokotno v smeri radija s silo 70N.

a) Kolikšen je koeficient trenja med kolesom in zavoro?

b) Kolikšno delo opravi navor sile trenja?

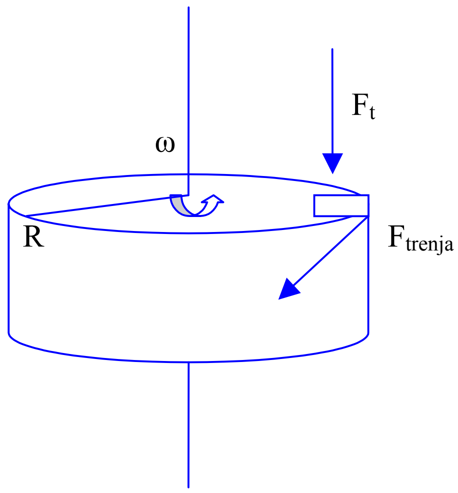
m_{valja} =100kg

R = 0,5 m

ν =50 vrtljaj./min.

$F_\perp$ = 70N

T = 6s



$J = \frac{1}{2} mR^2$

$M_{trenja} = F_{tr} \times R = k_t F_\perp \times R = -J\alpha$

$\alpha = -\frac{FRk_t}{J}$

$\alpha = -\frac{2k_t F}{mR}$

$\omega = \omega_o + \alpha t$

$\omega(t) = \omega_o - \frac{2Fk_t}{mR} t$ ω_o je začetna hitrost valja

$\omega(T) = 0 = \omega_o - \frac{Fk_t}{mR} T \Rightarrow$ ko se valj ustavi

a) $k_t = \frac{\omega_0 mR}{FT} = \frac{2\pi 50 \times 100kg \times 0{,}5m}{70N \times 6s \times 60} = \underline{0{,}62}$

b) $A_{trenja} = W_{kin.z.} = \frac{1}{2} J\omega_o^2 = \frac{1}{4} mR^2\omega_o^2 = \frac{1}{4}$ 100kg $(0{,}5m)^2 (2\pi 50 \frac{1}{60} s^{-1})^2$

$\underline{A = 171\ J}$

VIRI

Zapiski iz predavanj,

Rudolf Hladnik; Visokošolska fizika

Internet